Ahora grafique cada solución en rectas numéricas y después determine la unión (**figura 2.13**). La unión es $r \leq -4$ o $r > 2$.

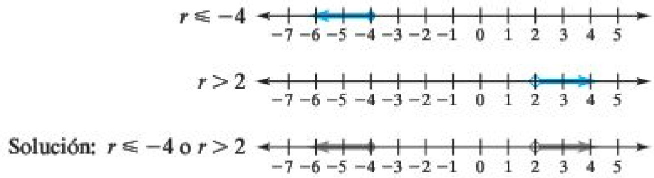


FIGURA 2.13

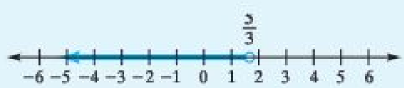
El conjunto solución es $\{r|r \leq -4\} \cup \{r|r > 2\}$, que podemos escribir como $\{r|r \leq -4$ o $r > 2\}$. En notación de intervalo, la solución es $(-\infty, -4] \cup (2, \infty)$.

▶ Ahora resuelva el ejercicio 59

Con frecuencia encontramos desigualdades en nuestra vida diaria. Por ejemplo, en una carretera la velocidad mínima puede ser de 45 millas por hora y la máxima de 65 millas por hora. Un restaurante puede tener un letrero que establece que la capacidad máxima es de 300 personas, y la velocidad mínima de despegue de un aeroplano puede ser de 125 millas por hora.

Sugerencia útil

Existen varias formas de escribir la solución de un problema de desigualdad. Asegúrese de indicar la solución de un problema de desigualdad en la forma solicitada por su profesor. A continuación proporcionamos ejemplos de varias formas.

Desigualdad	Recta numérica	Notación de intervalo	Conjunto solución
$x < \frac{5}{3}$		$\left(-\infty, \frac{5}{3}\right)$	$\left\{x \middle| x < \frac{5}{3}\right\}$
$-4 < t \leq \frac{5}{3}$		$\left(-4, \frac{5}{3}\right]$	$\left\{t \middle| -4 < t \leq \frac{5}{3}\right\}$

CONJUNTO DE EJERCICIOS 2.5

MathXL® MyMathLab

Ejercicios de concepto/redacción

1. Al resolver una ecuación, ¿cuándo es necesario cambiar el sentido del símbolo de la desigualdad?
2. Explique la diferencia entre $x < 7$ y $x \leq 7$.
3. **a)** Al indicar una solución en una recta numérica, ¿cuándo utiliza círculos vacíos?
   b) ¿Cuándo utiliza círculos llenos?
   c) Proporcione un ejemplo de una desigualdad cuya solución en una recta numérica contendría un círculo vacío.
   d) Proporcione un ejemplo de una desigualdad cuya solución en una recta numérica contendría un círculo lleno.
4. ¿Qué es una desigualdad compuesta? Dé un ejemplo.
5. ¿Qué significa la desigualdad $a < x < b$?
6. Explique por qué $\{x|5 < x < 3\}$ no es un conjunto aceptable para una desigualdad.

Práctica de habilidades

Exprese cada desigualdad **a)** *utilizando una recta numérica,* **b)** *en notación de intervalo y* **c)** *como un conjunto solución (utilice la notación constructiva de conjuntos).*

7. $x > -2$ **8.** $t > \frac{5}{3}$ **9.** $w \leq \pi$ **10.** $-4 < x < 3$

11. $-3 < q \leq \frac{4}{5}$ **12.** $x \geq -\frac{6}{5}$ **13.** $-7 < x \leq -4$ **14.** $-2\frac{7}{8} \leq k < -1\frac{2}{3}$

Resuelva cada desigualdad y grafique la solución en la recta numérica.

15. $x - 9 > -6$

16. $2x + 3 > 4$

17. $3 - x < -4$

18. $12b - 5 \leq 8b + 7$

19. $4.7x - 5.48 \geq 11.44$

20. $1.4x + 2.2 < 2.6x - 0.2$

21. $4(x + 2) \leq 4x + 8$

22. $15.3 > 3(a - 1.4)$

23. $5b - 6 \geq 3(b + 3) + 2b$

24. $-6(d + 2) < -9d + 3(d - 1)$

25. $2y - 6y + 8 \leq 2(-2y + 9)$

26. $\frac{y}{2} + \frac{4}{5} \leq 3$

Resuelva cada desigualdad y dé la solución en notación de intervalo.

27. $4 + \frac{4x}{3} < 6$

28. $4 - 3x < 5 + 2x + 17$

29. $\frac{v - 5}{3} - v \geq -3(v - 1)$

30. $\frac{h}{2} - \frac{5}{6} < \frac{7}{8} + h$

31. $\frac{t}{3} - t + 7 \leq -\frac{4t}{3} + 8$

32. $\frac{6(x - 2)}{5} > \frac{10(2 - x)}{3}$

33. $-3x + 1 < 3[(x + 2) - 2x] - 1$

34. $4[x - (3x - 2)] > 3(x + 5) - 15$

Resuelva cada desigualdad y de la solución en notación de intervalo.

35. $-2 \leq t + 3 < 4$

36. $-7 < p - 6 \leq -5$

37. $-15 \leq -3z \leq 12$

38. $-16 < 5 - 3n \leq 13$

39. $4 \leq 2x - 4 < 7$

40. $-12 < 3x - 5 \leq -1$

41. $14 \leq 2 - 3g < 15$

42. $\frac{1}{2} < 3x + 4 < 13$

Resuelva cada desigualdad y proporcione el conjunto solución.

43. $5 \leq \frac{3x + 1}{2} < 11$

44. $\frac{3}{5} < \frac{-x - 5}{3} < 2$

45. $-6 \leq -3(2x - 4) < 12$

46. $-6 < \frac{4 - 3x}{2} < \frac{2}{3}$

47. $0 \leq \frac{3(u - 4)}{7} \leq 1$

48. $-15 < \frac{3(x - 2)}{5} \leq 0$

Resuelva cada desigualdad e indique el conjunto solución.

49. $c \leq 1$ y $c > -3$

50. $d > 0$ o $d \leq 8$

51. $x < 2$ y $x > 4$

52. $w \leq -1$ o $w > 6$

53. $x + 1 < 3$ y $x + 1 > -4$

54. $5x - 3 \leq 7$ o $-2x + 5 < -3$

Resuelva cada desigualdad e indique el conjunto solución.

55. $2s + 3 < 7$ o $-3s + 4 \leq -17$

56. $4a + 7 \geq 9$ y $-3a + 4 \leq -17$

57. $4x + 5 \geq 5$ y $3x - 7 \leq -1$

58. $5 - 3x < -3$ y $5x - 3 > 10$

59. $4 - r < -2$ o $3r - 1 < -1$

60. $-x + 3 < 0$ o $2x - 5 \geq 3$

61. $2k + 5 > -1$ y $7 - 3k \leq 7$

62. $2q - 11 \leq -7$ o $2 - 3q < 11$

Resolución de problemas

63. Paquetería UPS El largo más el contorno (o cincho) de un paquete que se envía por UPS no puede ser mayor a 130 pulgadas.

a) Plantee una desigualdad que exprese esta información, utilice l para la longitud y g para la circunferencia.

b) UPS definió el contorno como el doble del ancho más el doble del grosor. Escriba una desigualdad que use el largo, l, ancho, w, y el grosor, d, para indicar las dimensiones permitidas de un paquete que puede enviarse por UPS.

c) Si el largo de un paquete es de 40 pulgadas y el ancho de un paquete es de 20.5 pulgadas, determine el grosor máximo permitido del paquete.

64. Equipaje Desde el 8 de octubre de 2001, muchas aerolíneas han limitado el tamaño del equipaje que los pasajeros pueden llevar abordo en vuelos nacionales. La longitud, l, más el ancho, w, más el grosor, d, del equipaje que puede llevar no debe exceder a 45 pulgadas.

a) Plantee una desigualdad que describa esta desigualdad; utilice l, w y d como se describieron antes.

b) Si el equipaje de Ryan McHenry es de 23 pulgadas de largo y 12 de ancho, ¿cuál es el grosor máximo que puede tener y aún llevarse en el aeroplano?

En los ejercicios del 65 al 78, plantee una desigualdad que pueda usarse para resolver el problema. Resuelva el problema y determine el valor deseado.

65. **Límite de peso** Cal Worth, un conserje, debe mover un gran cargamento de libros del primero al quinto piso. El letrero del elevador dice "peso máximo 800 libras". Si cada caja de libros pesa 70 libras, encuentre el número de cajas que Cal debe colocar en el elevador.

66. **Límite en un elevador** Si el conserje del ejercicio 65, que pesa 195 libras, se debe subir con las cajas de libros, encuentre el número máximo de cajas que puede colocar en el elevador.

67. **Larga distancia** La caseta telefónica de larga distancia Telecom-USA, cobra a los clientes \$0.99 por los primeros 20 minutos y luego \$0.07 por cada minuto (o fracción) posterior a los 20 minutos. Si Patricia Lanz utiliza esta caseta, ¿cuánto tiempo puede hablar por \$5.00?

68. **Estacionamiento** Un estacionamiento del centro de la ciudad en Austin, Texas, cobra \$1.25 por la primera hora y \$0.75 por cada hora adicional o fracción. ¿Cuál es el tiempo máximo que puede estacionar su auto si no desea pagar más de \$3.75?

69. **Utilidad de un libro** April Lemons piensa escribir y publicar su propio libro. Estima su ecuación de ingresos como $R = 6.42x$, y su ecuación de costo como $C = 10{,}025 + 1.09x$, donde x es el número de libros que vende. Encuentre el número mínimo de libros que debe vender para obtener una ganancia. Vea el ejemplo 6.

70. **Utilidades de una tintorería** Peter Collinge inaugura una tintorería, y estima su ecuación de costo como $C = 8000 + 0.08x$ y su ecuación de ingresos como $R = 1.85x$, donde x es el número de prendas lavadas en un año. Encuentre el número mínimo de prendas que debe lavar en el año para que Peter obtenga una ganancia.

71. **Correo de primera clase** El 8 de enero de 2006, el costo por enviar un paquete por primera clase fue de \$0.39 por la primera onza y \$0.24 por cada onza adicional. ¿Cuál es el peso máximo de un paquete que Richard Van Lommel puede enviar en primera clase por \$10.00?

72. **Correo de primera clase prepagado** Las compañías pueden enviar piezas de correo que pesen hasta una onza usando el correo *prepagado de primera clase*. La compañía debe adquirir primero un permiso por \$150 por año, y luego pagar \$0.275 por pieza enviada. Sin el permiso, cada pieza costaría \$0.37. Determine el número mínimo de piezas de correo que tendría que enviar para que le valiera la pena a la compañía utilizar correo prepagado de primera clase.

73. **Comparación de planes de pago** Melissa Pfistner aceptó en fecha reciente un puesto de ventas en Ohio e incluso puede seleccionar entre dos planes de pago. El plan 1 es un salario de \$300 por semana más una comisión de 10% sobre las ventas. El plan 2 es un salario de \$400 por semana más 8% de comisión sobre las ventas. ¿Con qué cantidad de ventas semanales Melissa ganaría más con el plan 1?

74. **Empleo en el colegio** Para que pueda continuar con su ayuda financiera para el colegio, Katie Hanenberg no puede ganar más de \$2000 en sus 8 semanas de empleo de verano. Ahora gana \$90 por semana como asistente de un día. Está pensando trabajar además por la tarde en un restaurante de comida rápida, donde ganaría \$6.25 por hora. ¿Cuál es el máximo número de horas por semana que puede trabajar en el restaurante sin arriesgar su ayuda financiera?

75. **Calificación para aprobar** Para aprobar un curso, Corrina Schultz necesita un promedio de 60 o más. Si las calificaciones de Corrina son 66, 72, 90, 49 y 59, encuentre la calificación mínima que Corrina debe obtener en su sexto y último examen para aprobar el curso.

76. **Calificación mínima** Para recibir una A en un curso, Stephen Heasley debe obtener un promedio de 90 o más en cinco exámenes. Si las primeras cuatro calificaciones de Stephen son 92, 87, 96 y 77, ¿cuál es la calificación mínima que debe obtener Stephen en el quinto examen para obtener una A en el curso?

77. **Calificación promedio** Las calificaciones de Calisha Mahoney en sus primeros cuatro exámenes son 85, 92, 72 y 75. Un promedio mayor o igual que 80 y menor que 90 le darían una nota final de B. ¿Cuál es el rango de calificaciones que debe obtener Calisha en su quinto y último examen para obtener una calificación final de B? Suponga que la calificación máxima es de 100.

78. **Aire limpio** Para que el aire se considere "limpio", el promedio de tres contaminantes debe ser menor que 3.2 partes por millón (ppm). Si los primeros dos contaminantes son de 2.7 y 3.42 ppm, ¿en qué rango de valores debe estar el tercer contaminante para que el aire resulte limpio?

79. **Impuesto a ingresos** Consulte el ejemplo 7 de la página 115. Su-hua y Ting-Fang Zheng presentan un ingreso mancomunado para los impuestos. Determine el impuesto de 2005 que corresponderá a Su-hua y Ting-Fang si su ingreso gravable es
   a) \$78,221.
   b) \$301,233.

80. **Impuesto a ingresos** Consulte el ejemplo 7 de la página 115. José y Mildred Battiste presentan un ingreso mancomunado para los impuestos. Determine el impuesto a ingresos de 2005 que corresponderá a José y Mildred si su ingreso gravable es
   a) \$128,479.
   b) \$275,248.

Velocidad

En un curso de física, una velocidad positiva indica que un objeto lanzado viaja hacia arriba y una velocidad negativa indica que el objeto está de regreso y viaja hacia abajo. Para ser específicos, un objeto está viajando hacia arriba cuando la velocidad ≥ 0. *El objeto alcanza su altura máxima cuando* $v = 0$ *y el objeto viaja hacia abajo cuando la velocidad es* ≤ 0.

En los ejercicios del 81 al 86, se proporciona la velocidad, $v(t)$, *de un objeto que se lanza hacia arriba. Mediante la notación de intervalos, determine los intervalos cuando el objeto viaja* **a)** *hacia arriba o* **b)** *hacia abajo cuando la velocidad* ≤ 0.

81. $v(t) = -32t + 96, \quad 0 \leq t \leq 10$

82. $v(t) = -32t + 172.8, \quad 0 \leq t \leq 12$

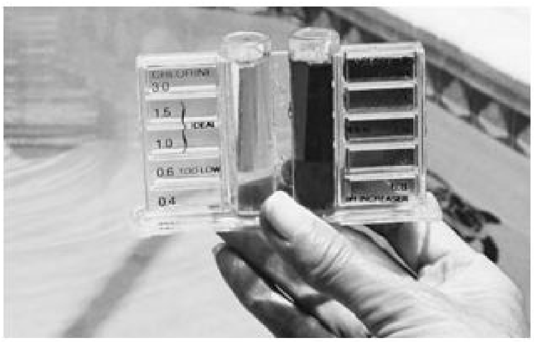
83. $v(t) = -9.8t + 49, \quad 0 \leq t \leq 13$

84. $v(t) = -9.8t + 31.36, \quad 0 \leq t \leq 6$

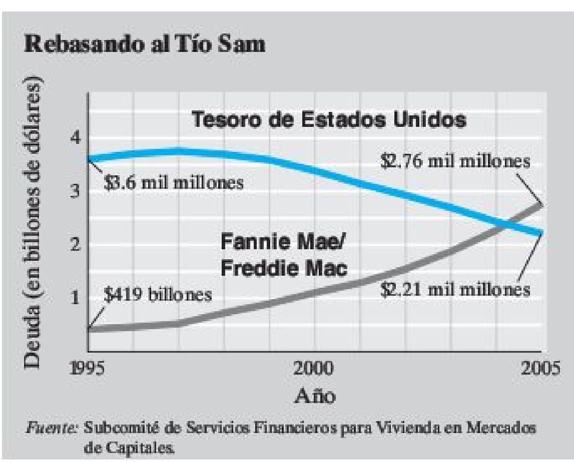
85. $v(t) = -32t + 320, \quad 0 \leq t \leq 8$

86. $v(t) = -9.8t + 68.6, \quad 0 \leq t \leq 5$

87. Acidez del agua Thomas Hayward verifica la acidez del agua en una alberca. La acidez del agua se considera normal cuando el promedio de tres lecturas del pH diarias es mayor que 7.2 y menor que 7.8. Si las dos primeras lecturas del pH son de 7.48 y 7.15, encuentre el rango de valores de pH para la tercera lectura a fin de que resulte un nivel de acidez normal.



88. Comparación de deudas Fannie Mae y Freddie Mac son compañías auspiciadas por el gobierno, destinadas para prestar dinero a la gente que desea comprar casas. Desde 1995, la deuda de Fannie Mae y Freddie Mac ha aumentado de manera abrupta, mientras que la deuda del Tesoro de Estados Unidos ha disminuido bruscamente. La gráfica siguiente muestra las deudas proyectadas de Fannie Mae y Freddie Mac, así como la deuda proyectada del Tesoro de 1995 a 2005.

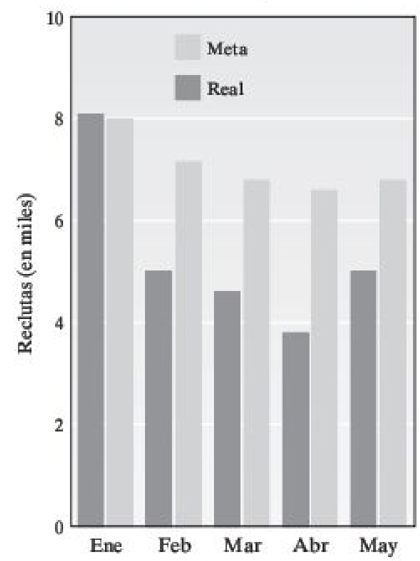


a) ¿Durante cuáles años de 1995 a 2005 fue la deuda de Fannie Mae/Freddie Mac menor de $1 billón *y* la deuda del Tesoro por arriba de $3 billones? Explique cómo determinó su respuesta.

b) ¿Durante cuáles años de 1995 a 2005 estuvo la deuda de Fannie Mae/Freddie Mac por arriba de $1 billón *o* la deuda del Tesoro por debajo de $3 billones? Explique cómo determinó su respuesta.

89. Alistamiento en el ejército La gráfica siguiente muestra la meta de alistamiento de la armada de Estados Unidos y el número real de alistados de enero a mayo de 2005.

Alistados en el ejército (2005)



Fuente: Departamento de la Defensa, Newsweek

a) Durante cuáles meses la meta ha sido mayor a 6000 *y* el número de alistados ha sido mayor que 4000?

b) ¿Durante cuáles meses la meta ha sido menor a 7000 *o* el número de alistados es menor que 4000?

c) Durante cuáles meses la meta ha sido menor que 7000 *y* el número de alistados ha sido menor que 4000?

90. Si $a > b$, ¿siempre será mayor a^2 que b^2? Explique y proporcione un ejemplo que respalde su respuesta.

91. Póliza de seguros Una póliza de seguro de Blue Cross/Blue Shield tiene un deducible de $100, después de que se paga 80% del total del gasto médico, c. El cliente paga 20% hasta que haya pagado un total de $500; después de eso la póliza paga el 100% de los gastos médicos. Podemos describir esta póliza como sigue:

Blue Cross paga

$$\begin{array}{rl} 0, & \text{si } c \leq \$100 \\ 0.80(c - 100), & \text{si } \$100 < c \leq \$2100 \\ c - 500, & \text{si } c > \$2100 \end{array}$$

Explique por qué este conjunto de desigualdades describe el plan de pago de Blue Cross/Blue Shield.

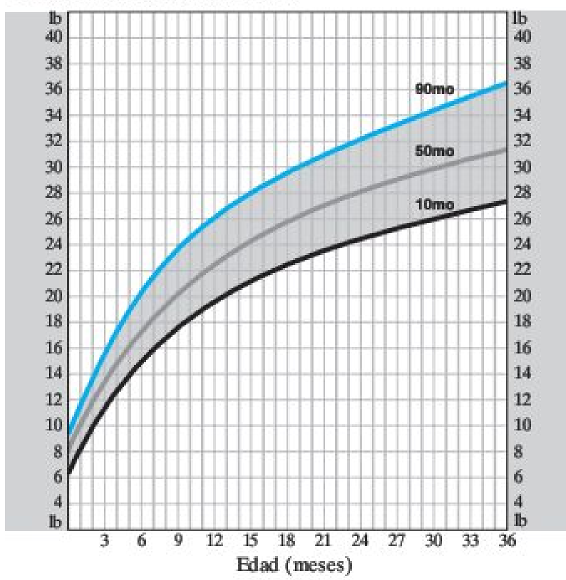
92. Explique por qué no puede despejarse x en la desigualdad $a < bx + c < d$ a menos que se proporcione información adicional.

Gráficas de crecimiento *En los ejercicios 93 y 94 consideraremos los diagramas de crecimiento para niños desde su nacimiento hasta los 36 meses. Las tablas fueron desarrolladas por estadísticas del Centro Nacional para la Salud. En general, el percentil n representa aquel valor para el que n% de los objetos medidos están por abajo y (100 − n)% de los objetos están por arriba. Por ejemplo, suponga que una calificación de 450 en un examen representa el percentil 70. Esto significa que si una persona tiene una calificación de 450, esa persona superó a alrededor del 70% de las demás personas que presentaron el mismo examen y alrededor de 100 − 70 = 30% superó la calificación de esa persona.*

93. El diagrama siguiente muestra los percentiles peso-edad para niños desde recién nacidos hasta la edad de 36 meses. La curva en rojo claro es el percentil 50, lo que significa que para cualquier edad indicada, 50% de los pesos están por arriba del valor indicado por la curva y el 50% de los pesos está por abajo de este valor. La región sombreada está entre el percentil 10 (curva en negro) y el percentil 90 (curva en rojo oscuro). Esto es, 80% de los pesos está entre los valores representados por la curva en negro y la curva en rojo oscuro. Utilice esta gráfica para determinar, en notación de intervalos, dónde ocurre el 80% de los pesos para niños de edad de

a) 9 meses.
b) 21 meses.
c) 36 meses.

Percentiles peso-edad:
Niños, recién nacidos a 36 meses



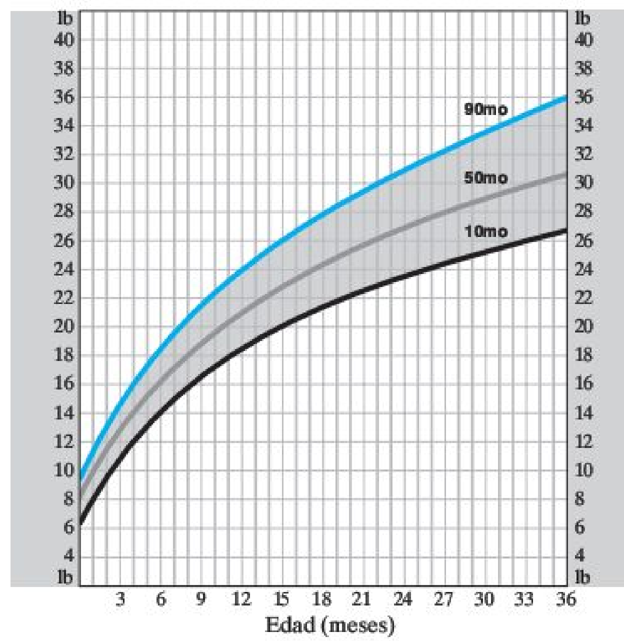
Fuente: Estadísticas del Centro Nacional de Salud

94. (Vea el ejercicio 93.) La gráfica siguiente muestra los percentiles de edad-peso para niñas desde recién nacidas hasta 36 meses de edad. La región sombreada está entre el percentil 10 (curva en negro) y el percentil 90 (curva en rojo oscuro), y el 80% de los pesos está en esta región.

Utilice esta gráfica para determinar, en notación de intervalos, dónde ocurren los pesos para niñas de

a) 9 meses.
b) 21 meses.
c) 36 meses.

Percentiles peso-edad:
Niñas, recién nacidas a 36 meses



Fuente: Estadísticas del Centro Nacional de Salud

Retos

95. **Cálculo de calificaciones** Las primeras cinco calificaciones de Stephen Heasley en Historia de Europa fueron 82, 90, 74, 76 y 68. El examen final del curso cuenta una tercera parte del promedio final. Un promedio final mayor o igual que 80 y menor que 90 daría como resultado una nota final de B. ¿Cuál es el rango de calificaciones en el examen final que daría, a Stephen, como resultado una calificación final de B en el curso? Suponga que la calificación máxima posible es de 100.

En los ejercicios del 96 al 98, **a)** *explique cómo resolver la desigualdad, y* **b)** *resuelva y proporcione la solución en notación de intervalo.*

96. $x < 3x - 10 < 2x$

97. $x < 2x + 3 < 2x + 5$

98. $x + 5 < x + 3 < 2x + 2$

Ejercicios de repaso acumulativo

[1.2] **99.** Para $A = \{1, 2, 6, 8, 9\}$ y $B = \{1, 3, 4, 5, 8\}$, determine

a) $A \cup B$.

b) $A \cap B$.

100. Para $A = \left\{-3, 4, \frac{5}{2}, \sqrt{7}, 0, -\frac{13}{29}\right\}$, liste los elementos que son

a) Números para contar.
b) Enteros no negativos.
c) Números racionales.
d) Números reales.

[1.3] *Indique el nombre de cada propiedad que se ilustra.*

101. $(3x + 8) + 4y = 3x + (8 + 4y)$

102. $5x + y = y + 5x$

[2.2] **103.** Despeje V de la fórmula $R = L + (V - D)r$.

2.6 Resolución de ecuaciones y desigualdades que incluyen valores absolutos

1. Entender la interpretación geométrica del valor absoluto.
2. Resolver ecuaciones de la forma $|x| = a, a > 0$.
3. Resolver desigualdades de la forma $|x| < a, a > 0$.
4. Resolver desigualdades de la forma $|x| > a, a > 0$.
5. Resolver desigualdades de la forma $|x| > a$ o $|x| < a, a < 0$.
6. Resolver desigualdades de la forma $|x| > 0$ o $|x| < 0$.
7. Resolver ecuaciones de la forma $|x| = |y|$.

1 Entender la interpretación geométrica del valor absoluto

En la sección 1.3 presentamos el concepto de valor absoluto. Establecimos que el valor absoluto de un número puede considerarse como la distancia (sin signo) con respecto al número 0 en la recta numérica. El valor absoluto de 3, escrito $|3|$, es 3, ya que está a 3 unidades del 0 en la recta numérica. De igual manera, el valor absoluto de -3, escrito $|-3|$, también es 3, ya que está a 3 unidades del 0 en la recta numérica.

Considere la ecuación $|x| = 3$; ¿cuáles valores de x hacen verdadera esta ecuación? Sabemos que $|3| = 3$ y $|-3| = 3$. Las soluciones de $|x| = 3$ son 3 y -3. Cuando resolvemos la ecuación $|x| = 3$, queremos encontrar los valores que están exactamente a 3 unidades del 0 en la recta numérica (vea la **figura 2.14a**).

Ahora considere la desigualdad $|x| < 3$. Para resolver esta desigualdad, necesitamos encontrar el conjunto de valores cuya distancia es menor que 3 unidades, con respecto al 0 en la recta numérica. Éstos son los valores de x entre -3 y 3 (vea la **figura 2.14b**).

Para resolver la desigualdad $|x| > 3$, necesitamos determinar el conjunto de valores cuya distancia es mayor que 3 unidades con respecto al 0 en la recta numérica. Éstos son los valores que son menores que -3 o mayores que 3 (vea la **figura 2.14c**).

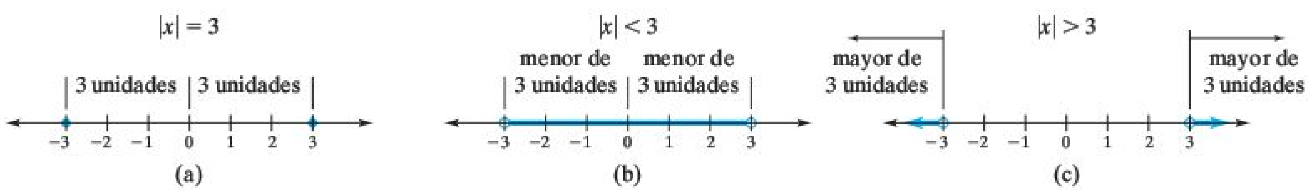


FIGURA 2.14

En esta sección resolveremos ecuaciones y desigualdades como las siguientes:

$$|2x - 1| = 5 \qquad |2x - 1| \le 5 \qquad |2x - 1| > 5$$

La interpretación geométrica de $|2x - 1| = 5$ es similar a $|x| = 3$. Cuando resolvemos $|2x - 1| = 5$, estamos determinando el conjunto de valores para los cuales $2x - 1$ está exactamente a 5 unidades de distancia del 0 en la recta numérica.

La interpretación geométrica de $|2x - 1| \le 5$ es similar a la interpretación geométrica de $|x| \le 3$. Cuando resolvemos $|2x - 1| \le 5$, estamos determinando el conjunto de valores para los cuales $2x - 1$ es menor o igual que 5 unidades con respecto al cero en la recta numérica.

La interpretación geométrica de $|2x - 1| > 5$ es similar a la interpretación geométrica de $|x| > 3$. Cuando resolvemos $|2x - 1| > 5$, estamos determinando el conjunto de valores para los cuales $2x - 1$ es mayor que 5 unidades con respecto al cero en la recta numérica.

En el resto de esta sección resolveremos ecuaciones y desigualdades con valor absoluto de manera algebraica. Primero resolveremos ecuaciones con valor absoluto y después, desigualdades con valor absoluto. Terminaremos la sección resolviendo ecuaciones con valores absolutos en ambos lados de la ecuación, por ejemplo, $|x + 3| = |2x - 5|$.